Exercice 1 : Mouvement d'un électron

Dans tout le problème on étudie le système électron dans le référentiel terrestre.

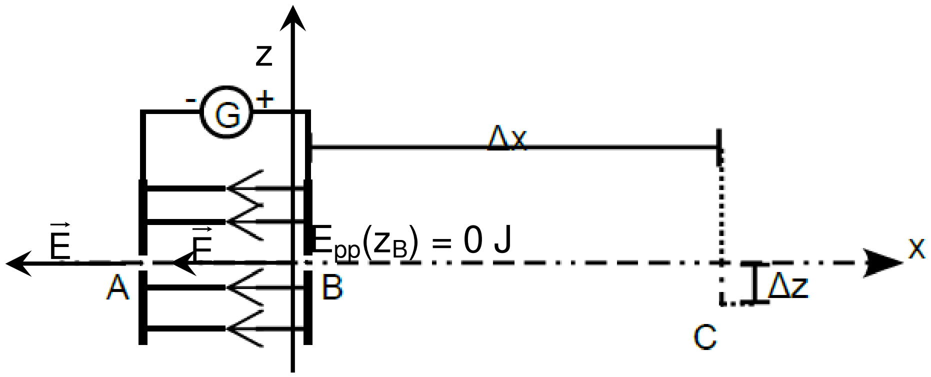
Partie 1 : Étude du champ électrique

1.1. Ce champ électrique est un champ vectoriel car il est représenté par un vecteur.

1.2. Le vecteur champ électrique $\vec{E}$ est tangent aux lignes de champ électrique et orienté dans le même sens. Il est donc perpendiculaire aux plaques et orienté de B (armature chargée positivement) vers A (armature chargée négativement).

1.3. La valeur de E est constante car la tension U et la distance d ne varient pas. Le champ est donc uniforme.

1.4. Schéma :



Partie 2 : Interprétation qualitative des forces exercées sur l'électron

2.1. La force électrique appliquée à l'électron est : $\vec{F_e} = q_e\,.\vec{E} = -\,e\,.\vec{E}$ donc $\vec{F_e}$ a la même direction mais un sens opposé à $\vec{E}$ (elle est donc perpendiculaire aux plaques et orientée de A vers B).

La valeur de F_e est donnée par : $F_e = e\,.\dfrac{U_{AB}}{d}$

A.N. : $F_e = 1{,}6.10^{-19} \times \dfrac{400}{1{,}0.10^{-2}} = 6{,}4.10^{-15}$ N

2.2. $\dfrac{F_e}{P} = \dfrac{e\,.\dfrac{U_{AB}}{d}}{m_e\,.\,g} = \dfrac{e\,.\,U_{AB}}{m_e\,.\,g\,.\,d}$ Où $P = m_e\,.\,g$ A.N. : $P = 9{,}1.10^{-31} \times 9{,}81 = 8{,}9.10^{-30}$ N

A.N. : $\dfrac{F_e}{P} = \dfrac{1{,}6.10^{-19}\,.\,400}{9{,}1.10^{-31} \times 9{,}81 \times 1{,}0.10^{-2}} \approx \dfrac{10^{-19} \times 4.10^{2}}{10^{-30} \times 10 \times 10^{-2}} = 4.10^{-19+2+30-1+2} = 4.10^{14}$

Remarque : l'application numérique exacte donne $\dfrac{F_e}{P} = \dfrac{1{,}6.10^{-19}\,.\,400}{9{,}1.10^{-31} \times 9{,}81 \times 1{,}0.10^{-2}} = 7{,}2.10^{14}$

La force électrique est 10^{14} fois plus intense que le poids de l'électron, donc le poids de l'électron est négligeable devant la force électrique qui s'exerce sur l'électron.

2.3. Seule la force électrique $\vec{F_e}$ a un effet sur le mouvement.

La force électrique a la même direction que le mouvement de l'électron donc la trajectoire est rectiligne et elle a le même sens que le mouvement de l'électron donc l'électron accélère (la vitesse de l'électron augmente).

Partie 3 : Étude énergétique du mouvement de l'électron entre A et B

3.1. Voir le schéma ci-avant. On choisit comme référence des énergies potentielles de pesanteur les points A et B (l'axe horizontal x). Soit $E_{pp}(z_B) = E_{pp}(z_C) = 0$ J.

3.2. La variation d'énergie mécanique n'est pas nulle donc l'énergie mécanique n'est pas constante, elle ne se conserve pas.

3.3. Lors de son mouvement de A vers B, la variation d'énergie potentielle de pesanteur de l'électron est nulle car les points A et B sont situés à la même altitude ($E_{pp}(B) = E_{pp}(A)$)

3.4. $\Delta E_m = E_m(B) - E_m(A) = E_c(B) + E_{pp}(B) - E_c(A) - E_{pp}(A)$

$\Delta E_m = E_c(B) - E_c(A)$ car $E_{pp}(A) = E_{pp}(B)$

Or l'électron possède une vitesse négligeable en A, donc $E_c(B) = \Delta E_m = 6{,}4.10^{-17}$ J

3.5. Par définition : $E_c(B) = \frac{1}{2}\, m_e.v_B^2$

D'où $v_B^2 = \dfrac{2\,.\,E_c(B)}{m_e}$ soit $v_B = \sqrt{\dfrac{2\,.\,E_c(B)}{m_e}}$

A.N. : $v_B = \sqrt{\dfrac{2\,.\,6{,}4.10^{-17}}{9{,}1.10^{-31}}} = 1{,}2.10^{7}\ m.s^{-1}$

L'électron a une vitesse de $1{,}2.10^{7}\ m.s^{-1}$ en B.

Partie 4 : Étude énergétique de la chute de l'électron entre B et C

4.1. Tout le dispositif est sous vide d'air poussé, les frottements sont donc négligeables entre A et C. Entre B et C, l'électron est donc soumis qu'à son poids. Rem : L'électron est en dehors du condensateur, il n'est plus soumis au champ électrique.

4.2. L'électron n'est soumis qu'à son poids alors il est en chute libre, donc l'énergie mécanique du système se conserve (elle est constante).

4.3. On applique la conservation de l'énergie mécanique entre B et C :

$E_m(B) = E_m(C) \quad \Leftrightarrow \quad E_c(B) + E_{pp}(B) = E_c(C) + E_{pp}(C)$

$\Leftrightarrow \quad E_c(B) + m_e.g.z_B = E_c(C) + m_e.g.z_C$

$\Leftrightarrow \quad m_e.g.z_c - m_e.g.z_B = E_c(B) - E_c(C) = -\Delta E_c$

$\Leftrightarrow \quad m_e.g.(z_C - z_B) = -\Delta E_c$

D'où $\Delta z = z_C - z_B = \dfrac{-\Delta E_c}{m_e\,.\,g}$ A.N.: $\Delta z = \dfrac{-4{,}38.10^{-35}}{9{,}1.10^{-31} \times 9{,}81} = -4{,}9.10^{-6}$ m

Autre méthode :

On peut aussi écrire que $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pp}$ d'où $\Delta E_{pp} = \Delta E_m - \Delta E_c$

Avec $\Delta E_{pp} = m_e.g.(z_C - z_B)$ et $\Delta E_m = 0$ car l'énergie mécanique se conserve.

D'où $m_e.g.(z_C - z_B) = -\Delta E_c$ soit $\Delta z = z_C - z_B = \dfrac{-\Delta E_c}{m_e\,.\,g}$

La perte d'altitude entre B et C est de $-4{,}9.10^{-6}$ m (signe moins car $z_B < z_C$)

4.4. $\left|\dfrac{\Delta x}{\Delta z}\right| = \dfrac{1{,}18.10^{1}}{4{,}9.10^{-6}} \approx \dfrac{1.10^{1}}{5.10^{-6}} = 2.10^{6}$

Δx est 2.10^{6} fois plus grand que Δz donc Δz est négligeable devant Δx.

Δz est négatif car l'électron est en chute libre, sa trajectoire est donc très légèrement déviée vers le bas. Cependant, comme Δz est négligeable devant Δx, alors la trajectoire de l'électron peut être considérée comme rectiligne horizontale (le poids a peu d'effet sur la trajectoire de l'électron).

Exercice 2 : « Saut à la perche »
Dans tout l'exercice, on choisira comme système {athlète + perche} et on travaillera dans le référentiel terrestre.

1. Par définition, l'énergie mécanique Em_A du système au point A est : Em(A) = Ec(A) + Epp(A), où Ec(A) est son énergie cinétique au point A et Epp(A) son énergie potentielle de pesanteur.
Or, par définition, $Ec(A) = \frac{1}{2}M.v_A^2$ et $Epp(A) = mgz_A = 0$ (car on choisit le centre de gravité A comme référence pour les altitudes et énergies potentielle).
Donc $Em(A) = \frac{1}{2}M.v_A^2 + mgz_A = mgz_A$

2. De même au point B, $Em(B) = Ec(B) + Epp(B) = \frac{1}{2}M.v_B^2 + mgz_B$
Or, d'après l'hypothèse 3, la vitesse du système à l'altitude maximale est nulle, soit $v_B = 0$ m.s^{-1}.
Donc $Em(B) = Mgz_B$.

3. D'après l'hypothèse 2, le système est considéré comme conservatif (l'énergie mécanique du système se conserve) donc : Em(A) = Em(B)
Ce qui donne, d'après les questions précédentes : $\frac{1}{2}M.v_A^2 = Mgz_B$.

Soit : $z_B = \dfrac{\frac{1}{2}M.v_A^2}{Mg}$ après simplification par M : $z_B = \dfrac{v_A^2}{2g}$

AN : $z_B = \dfrac{(10)^2}{2\times 9{,}81} = 5{,}10$ m

« Le record du monde du saut à la perche est actuellement détenu par le Français Renaud Lavillenie, hauteur de 6,16 m (par rapport au sol) le 15 février 2014 lors du Pole Vault Stars de Donetsk en Ukraine »
https://fr.wikipedia.org/wiki/Record_du_monde_du_saut_%C3%A0_la_perche

4. Le record est mesurée par rapport au sol, or non avons calculé l'altitude z_B par rapport au point A, situé à 1,10 m par rapport au sol. On en déduit la hauteur du saut par rapport au sol : h = 5,10 + 1,10 = 6,20 m.
Le record de Renaud Lavillenie est donc très proche de la hauteur théorique maximale calculée dans le cadre de nos hypothèses, l'écart relatif est de :
$\dfrac{|h_{calculée} - h_{Lavillenie}|}{h_{Lavillenie}} = \dfrac{|6{,}20 - 6{,}16|}{6{,}16} = 0{,}65\%$ (écart relatif non exigé).

5. Pour améliorer les performances, on pourrait augmenter l'énergie mécanique du système au point A.
Une piste est d'augmenter la vitesse en A, ce qui augmente son énergie cinétique selon son carré et est donc potentiellement peut rentable. Cette piste est peu vraisemblable car $v_A = 10{,}0$ m.s^{-1} est proche des records de vitesse des sprinters au 100m et il y a la perche à porter.
Une autre piste est d'élever l'altitude du centre d'inertie z_A mais il faudrait un sauteur plus grand, ou peut-être allonger la partie de la perche tenue en arrière des mains et la lester.

On peut aussi analyser que le système réel n'est pas conservatif mais perd de l'énergie mécanique et tenter d'améliorer le rendement de la conversion d'énergie cinétique en A en énergie potentielle de pesanteur en B. Pour cela, il faut améliorer l'élasticité de la perche qui permet de stocker de l'énergie mécanique (énergie potentielle élastique) pour la restituer ensuite, comme un ressort. La précision du geste pour positionner la perche sur le butoir et ployer la perche est ici un facteur très important.
On pourrait aussi envisager que le travail des frottements fluides de l'air est responsable de cette perte et tenter de les limiter en utilisant des vêtements qui frottent peu comme les combinaisons des skieurs

(la comparaison des performances en intérieur et en extérieur, où le vent augmente les frottements, montre que les frottements sont en fait négligeables).

Enfin, on peut considérer que l'énergie mécanique du système peut augmenter grâce au travail musculaire fourni par le sauteur lorsqu'il projette son centre de gravité au dessus de la perche (l'effet de ces forces est clairement visibles sur les graphes énergétiques des études expérimentales).

On peut donc encore progresser en améliorant le geste, et la limite théorique calculée n'est qu'indicative car le système peut gagner de l'énergie mécanique.

<u>Exercice 3 :</u> « Grêlon »

Pour tout l'exercice on choisira comme système {le grêlon} et on travaillera dans le référentiel terrestre.

1. L'énergie mécanique du grêlon au début de sa chute en A est :
$E_m(A) = E_c(A) + E_p(A)$
or $E_c(A) = ½\, mv_A^2$ et $E_p(A) = mgz_A = mgh$
D'où $E_m(A) = ½\, mv_A^2 + mgh$.

2. Le grêlon n'est soumis à aucun frottement, donc son énergie mécanique se conserve au cours de son mouvement : $E_m(B) = E_m(A)$
Or $E_m(A) = ½\, mv_A^2 + mgh$ et $E_m(B) = E_c(B) + E_p(B)$
avec $E_C(B) = ½\, mv_B^2$ et $E_p(B) = 0$ J car le point B est à la même altitude que le point O situé à z = 0 m qui correspond à l'origine pour l'énergie potentielle.

Ce qui donne : $0 + ½\, mv_B^2 = mgz_A + ½\, mv_A^2$
en simplifiant par m, on a : $½\, v_B^2 = gz_A + ½\, v_A^2$
en multipliant chaque membre par 2, on obtient : $v_B^2 = 2gz_A + v_A^2$
d'où $\mathbf{v_B = \sqrt{v_A^2 + 2\,g\,z_A}}$
avec $v_A = 10$ m.s^{-1} ; $z_A = 1\,500$ m ; $g = 9,8$ N.kg^{-1}
A.N. : $v_B = \sqrt{(10)^2 + 2 \times 9,81 \times 1\,500} = 171,8$ m.s^{-1} = 171,8×3,6 = 6,18.102 km.h^{-1} = 6,2.10^2 km.h^{-1}
Cette vitesse est très grande. Le grêlon ferait donc d'important dégât au moment de son impact.

3. La vitesse est plus faible que celle prévue car le grêlon est soumis aux frottements de l'aire. Son énergie ne se conserve.